2023

MATHEMATICS

Time—3 Hours 15 Minutes

(First 15 minutes for reading the question paper)

Full Marks — 90 — For Regular Candidates; 100 — For External Candidates

Special credit will be given for answers which are brief and to the point.
Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.

[1, 2, 3, 4 প্রশ্নগুলির উত্তর প্রশ্নসংখ্যা লিখে অবশ্যই ক্রমানুযায়ী উত্তরপত্রের প্রথম দিকে লিখতে হবে। এর জন্য প্রয়োজনবোধে গণনা ও চিত্র অঙ্কন উত্তরপত্রের ডানদিকে মার্জিন টেনে করতে হবে। কোনো প্রকার সারণি বা গণকযন্ত্র ব্যবহার করা যাবে না। গণনার প্রয়োজনে π-এর আসন্ন মান $\frac{22}{7}$ ধরে নিতে হবে। দরকার মতো গ্রাফ পেপার দেওয়া হবে। পাটীগণিতের অঙ্ক বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে করা যেতে পারে।]

[দৃষ্টিহীন পরীক্ষার্থীদের জন্য 11 নং প্রশ্নের বিকল্প দেওয়া আছে 8 নং পৃষ্ঠায়]

[16 নং অতিরিক্ত প্রশ্ন কেবলমাত্র বহিরাগত পরীক্ষার্থীদের জন্য 8 নং পৃষ্ঠায় দেওয়া আছে]

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো : $1 \times 6 = 6$

(i) A, B, C তিন বন্ধু যথাক্রমে x, $2x$, y টাকা মূলধন নিয়ে ব্যবসা শুরু করল, মেয়াদান্তে z টাকা লাভ হলে, A-এর লভ্যাংশ হবে

(a) $\frac{xz}{3x+y}$ টাঃ
(b) $\frac{2xz}{3x+y}$ টাঃ
(c) $\frac{z}{2x+y}$ টাঃ
(d) $\frac{xyz}{3x+y}$ টাঃ

(ii) $x^2 = x$ এই সমীকরণটির সমাধান সংখ্যা

(a) 1 টি (b) 2 টি

(c) 0 টি (d) 3 টি

(iii) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে বৃত্তদুটির সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা হবে

(a) 1 টি (b) 2 টি

(c) 3 টি (d) 4 টি

(iv) θ এর যে কোন মানের জন্য $5 + 4 \sin \theta$ -র বৃহত্তম মান হবে ঃ

(a) 9 (b) 1

(c) 0 (d) 5

(v) দুটি নিরেট গোলকের আয়তনের অনুপাত 27 : 8 হলে তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে

(a) 1:2 (b) 9:4

(c) 1:8 (d) 1:16

(vi) একটি চলকের তিনটি মান 4, 5 এবং 7, তাদের পরিসংখ্যা যথাক্রমে p − 2, p + 1 ও p − 1. চলকটির যৌগিক গড় 5.4 হলে p এর মান হবে ঃ

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

2. শূন্যস্থান পূরণ করো (যে কোনো পাঁচটি) ঃ 1×5=5

(i) 180 টাকার 1 বছরের সুদ আসল 198 টাকা হলে বার্ষিক সরল সুদের হার 10% ।

(ii) (a^2bc) এবং $(4bc)$ এর মধ্য সমানুপাতী x হলে, x এর মান 4 ।

(iii) $\tan\theta \cos 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\sin(\theta - 15°)$ এর মান হবে 0 ।

(iv) $\angle A$ এবং $\angle B$ দ্বয় পূরক কোণ হলে $\angle A + \angle B =$ ______ ।

(v) 8, 15, 10, 11, 7, 9, 11, 13 এবং 16 সংখ্যাগুলির মধ্যমা হবে ______ ।

(vi) একমুখ কাটা একটি পেনসিলের আকার ______ ও ______ র সমন্বয়।

3. সত্য বা মিথ্যা লেখো (যে কোনো পাঁচটি) : $1 \times 5 = 5$

(i) চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রে যদি প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বছরের সুদের হার যথাক্রমে $r_1\%$, $r_2\%$, $2r_3\%$ হয়, তবে P টাকার 3 বছরের শেষে সবৃদ্ধিমূল

$P\left(1+\frac{r_1}{100}\right)\left(1+\frac{r_2}{100}\right)\left(1+\frac{r_3}{100}\right)$ টাকা।

(ii) $\cos 36°$ এবং $\sin 54°$ এর মান সমান।

(iii) কোনো বহিস্থ বিন্দু থেকে বৃত্তের ওপর কেবলমাত্র একটি স্পর্শক টানা যায়।

(iv) $2ab : c^2$, $bc : a^2$ এবং $ca : 2b^2$ এর যৌগিক অনুপাত $1 : 1$.

(v) কোনো গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তনের সাংখ্য মান সমান হলে ব্যাসার্ধ 3 একক হবে।

(vi) 5, 2, 4, 3, 5, 2, 5, 2, 5, 2 তথ্যের সংখ্যাগুরু মান হবে 2 ।

4. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও (যে কোনো দশটি) : $2 \times 10 = 20$

(i) শতকরা বার্ষিক সরল সুদের হার কত হলে কোনো টাকার 5 বছরের সুদ আসলের $\frac{2}{5}$ অংশ হবে তাহা নির্ণয় করো।

(ii) কোনো ব্যবসায় A ও B এর মূলধনের অনুপাত $\frac{1}{7}:\frac{1}{4}$, বছরের শেষে 11,000 টাকা লাভ হলে তাদের লভ্যাংশের পরিমাণ নির্ণয় করো।

(iii) $x^2 - x = K(2x - 1)$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি 2 হলে, K-এর মান নির্ণয় করো।

(iv) যদি $b \propto a^2$ হয় এবং a-এর বৃদ্ধি হয় 2 : 3 অনুপাতে, তাহলে b-এর বৃদ্ধি কী অনুপাতে হয় তা নির্ণয় করো।

(v) একটি বৃত্তের AB ও CD দুটি জ্যা। BA এবং DC কে বর্ধিত করলে পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করো যে, $\angle PCB = \angle PAD$.

(vi) ΔABC এর AC এবং BC বাহু দুটির উপর যথাক্রমে L এবং M দুটি বিন্দু এমনভাবে অবস্থান করে যাতে $LM \parallel AB$ এবং $AL = (x-2)$ একক, $AC = 2x+3$ একক, $BM = (x-3)$ একক এবং $BC = 2x$ একক, তবে x-এর মান নির্ণয় করো।

(vii) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে C বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। বৃত্ত দুটির একটি সাধারণ স্পর্শক AB বৃত্ত দুটিকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করে। $\angle ACB$ এর মান নির্ণয় করো।

(viii) $\tan 2A = \cot(A - 30^\circ)$ হলে, $\sec(A + 20^\circ)$ এর মান নির্ণয় করো।

(ix) $\tan \theta = \frac{8}{15}$ হলে, $\sin \theta$ র মান নির্ণয় করো।

(x) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তন V ঘন একক, ভূমিতলের ক্ষেত্রফল A বর্গ একক এবং উচ্চতা H একক হলে $\frac{AH}{3V}$ এর মান নির্ণয় করো।

(xi) সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ এবং সমান উচ্চতা বিশিষ্ট নিরেট লম্ববৃত্তাকার চোঙ এবং নিরেট লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।

(xii) উর্ধ্বক্রমে সাজানো 6, 8, 10, 12, 13, x তথ্যের গড় ও মধ্যমা সমান হলে x এর মান নির্ণয় করো।

5. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(i) ধূমপান বিরোধী প্রচারের ফলে প্রতি বছর ধূমপায়ীর সংখ্যা $6\frac{1}{4}\%$ হারে হ্রাস পায়। বর্তমানে কোনো শহরে 22500 জন ধূমপায়ী থাকলে, 2 বছর পূর্বে ওই শহরে কতজন ধূমপায়ী ছিল ?

(ii) একটি যৌথ ব্যবসায়ে তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত 6 : 4 : 3, 4 মাস পরে প্রথম বন্ধু তাঁর মূলধনের অর্ধেক তুলে নেন এবং তার 8 মাস পরে মোট লাভ হয় 61,050 টাকা। তাহলে কে কত টাকা লভ্যাংশ পাবে ?

6. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3

(i) সমাধান করো : $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} + 6\frac{6}{7} = 0$, $(x \neq 3, -3)$

(ii) কলমের মূল্য প্রতি ডজনে 6 টাকা কম হলে 30 টাকায় আরও 3 টি কলম বেশী পাওয়া যাবে। মূল্য কমার পূর্বে প্রতি ডজন কলমের মূল্য নির্ণয় করো।

7. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3

(i) যদি $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ এবং $y = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ হয় তবে $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$ এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $x \propto y$ এবং $y \propto z$ হলে দেখাও যে $\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} \propto \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

8. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3

(i) $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$ হলে দেখাও যে $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1$.

(ii) 5 টি ক্রমিক সমানুপাতী সংখ্যার চতুর্থটি 54 এবং পঞ্চমটি 162 হলে, প্রথমটি নির্ণয় করো।

9. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(i) প্রমাণ করো বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।

(ii) প্রমাণ করো বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক ও ঐ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ পরস্পর লম্বভাবে থাকে।

10. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3

(i) $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। $\angle DAB$ এবং $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করেছে। O বৃত্তটির কেন্দ্র হলে $\angle XOY$ এর মান নির্ণয় করো।

(ii) প্রমাণ করো - বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম।

11. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 5

(i) একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় 5 সেমি ও 6 সেমি। ঐ ত্রিভুজের একটি অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করো।

(ii) 7 cm বাহু বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করো।

12. যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3×2=6

(i) যদি $\cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, তবে প্রমাণ কর যে $x\sin\theta = y\cos\theta$.

(ii) যদি একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 cm. হয়, তবে ঐ বৃত্তের 5.5 cm দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ দ্বারা গঠিত কেন্দ্রস্থ কোণটির বৃত্তীয় মান নির্ণয় কর।

(iii) দেখাও যে, $\dfrac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1}=\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$.

13. যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ 5

(i) একটি অসম্পূর্ণ স্তম্ভের পাদদেশ থেকে 50 মি দূরের কোন বিন্দু থেকে তার অগ্রভাগের উন্নতি কোণ 30°. স্তম্ভটি আর কত উচ্চতা বৃদ্ধি করলে ঐ বিন্দু থেকে তার শীর্ষের উন্নতি কোণ 45° হবে।

(ii) একটি বাড়ির ছাদ থেকে একটি বাতি স্তম্ভের চূড়া ও পাদবিন্দুর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°, বাড়ি ও বাতি স্তম্ভের উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় কর।

14. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×2=8

(i) 1 সেমি ও 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 9 cm বহির্ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, নতুন গোলকের অন্তর্ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(ii) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা উহার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। যদি উচ্চতা ভূমির ব্যাসের 7 গুণ হতো, তবে শঙ্কুটির আয়তন 539 ঘন সেমি বেশি হতো। শঙ্কুটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

(iii) সমান ঘনত্বের একটি লম্ব বৃত্তাকার কাঠের গুঁড়ির বক্রতলের ক্ষেত্রফল 440 বর্গ ডেসিমিটার। 1 ঘন ডেসিমিটার কাঠের ওজন 3 kg এবং গুঁড়িটির ওজন 18.48 কুইন্টাল হলে গুঁড়িটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত?

15. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ 4×2=8

(i) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের যৌগিক গড় 50 এবং মোট পরিসংখ্যা 120 হলে f_1 ও f_2 এর মান নির্ণয় করঃ :

শ্রেণী সীমা	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
পরিসংখ্যা	17	f_1	32	f_2	19

(ii) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (বৃহত্তর সূচক) তালিকা তৈরি করে ছক কাগজে ওজাইভ অঙ্কন করো।

শ্রেণী সীমা	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
পরিসংখ্যা	7	10	23	50	6	4

(iii) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো ঃ

শ্রেণী সীমা	50–59	60–69	70–79	80–89	90–99	100–109
পরিসংখ্যা	5	20	40	50	30	6

[দৃষ্টিহীন পরীক্ষার্থীদের জন্য বিকল্প প্রশ্ন]

11. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(i) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করো।

(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করো।

[বহিরাগত পরীক্ষার্থীদের জন্য অতিরিক্ত প্রশ্ন]

16. (a) যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 3 = 6$

(i) $x \propto y$, $y \propto z$ এবং $z \propto x$ হলে ভেদধ্রুবক তিনটির মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।

(ii) কোনো এক ব্যবসায় A-এর মূলধন B-এর মূলধনের $1\frac{1}{2}$ গুণ। ওই ব্যবসায় B বৎসরান্তে 1,500 টাকা লভ্যাংশ পেলে, A কত টাকা লভ্যাংশ পাবে ?

(iii) $x+\sqrt{x^2-9}=9$ হলে, $x-\sqrt{x^2-9}$ এর মান নির্ণয় করো।

(iv) একটি গোলকের পৃষ্ঠতল যত বর্গ একক, এর ঘনফল তার দ্বিগুণ ঘন একক। গোলকটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(b) যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $1 \times 4 = 4$

(i) $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{8}-\sqrt{3}$ এর মধ্যে কোন্‌টি বড় ?

(ii) কোন্ শর্তে $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$ দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ শূন্য হবে ?

(iii) দুটি ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের পরিমাপ সমানুপাতে থাকলে, ত্রিভুজ দুটি কি ধরনের হয় ?

(iv) বার্ষিক $6\frac{1}{4}\%$ সরল সুদে কিছু টাকা কত বছরে দ্বিগুণ হবে নির্ণয় করো।

(v) শূন্যস্থান পূরণ করো :

একই বৃত্তাংশের মধ্যে অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের ______ হবে।